

Szczegółowe wymagania edukacyjne
niezbędne do uzyskania przez uczniów klas II
z programem nauczania
matematyki na poziomie podstawowym i rozszerzonym
poszczególnych śródrocznych i końcoworocznych
ocen klasyfikacyjnych

*Nazwa realizowanego programu: MATeMATyka - Program nauczania matematyki dla
liceum(czteroletniego)/technikum, zakres podstawowy*

Autorzy: Agnieszka Kamińska, Dorota Ponczek, wydawnictwo: Nowa Era.

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	-	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	-	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	-	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	-	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	-	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

1. FUNKCJA KWADRATOWA I JEJ ZASTOSOWANIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory
• wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki
• rozwiązuje nierówności kwadratowe
• stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego
• wyznacza w prostych przypadkach wartość najmniejszą oraz wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych
• rozwiązuje równania dwukwadratowe
• rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
• stosuje wzory Viète'a do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od wartości parametru
• wyznacza w prostych przypadkach wartości parametru, dla których pierwiastki równania kwadratowego mają określone znaki
• wyznacza wartość najmniejszą oraz wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
• przeprowadza analizę prostego zadania tekstowego i znajduje jego rozwiązanie

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje w prostych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe
• rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
• stosując wzory Viète'a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego
• układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki
• zapisuje i rozwiązuje warunki, przy których rozwiązania równania kwadratowego spełniają warunki zadania
• zapisuje i rozwiązuje warunki, przy których zbiór rozwiązań nierówności kwadratowej spełnia warunki zadania
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
• stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
• rozwiązuje zadania tekstowe

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
wyznacza rozwiązania równania kwadratowego w zależności od parametrów
stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania trudniejszych zadań optymalizacyjnych
rozwiązuje trudniejsze zadania tekstowe
wyprowadza wzory Viète'a

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem

2. WIELOMIANY

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopnie
określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
stosuje w prostych przypadkach wzory na sześciąt sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciąt
rozkłada wielomian na czynniki, stosując wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias oraz rozkład na czynniki trójmianu kwadratowego
rozwiązuje proste równania wielomianowe
dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu
określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej
szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa
dobiera w prostych przypadkach wzór wielomianu do szkicu wykresu
rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopni pierwszego i drugiego
podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
stosuje wzory na sześciąt sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciąt

rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias
rozwiązuje równania wielomianowe
wyznacza w prostych przypadkach punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej
wyznacza w prostych przypadkach wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe
wyznacza pozostałe pierwiastki wielomianu, gdy zna jeden z jego pierwiastków
rozwiązuje w prostych przypadkach równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność
dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
rozwiązuje nierówności wielomianowe, szkicując wykres wielomianu lub tworząc siatkę znaków
opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę wielomianu i rozwiązuje proste zadanie tekstowe

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
określa stopień wielomianu w zależności od parametru
oblicza sumę współczynników wielomianu
stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych
wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach
rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
dzieli wielomian przez dwumian $x - a$, stosując schemat Hornera
rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące reszty z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$
rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych wielomianu
rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias
szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków
stosuje w prostych przypadkach nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
wykonuje w prostych przypadkach działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$ w trudniejszych przypadkach
stosuje wzory $a^3 \pm b^3$ do usuwania niewymierności z mianownika

rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące reszty z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$
rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych wielomianu
rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (schemat Hornera) w szczególnym przypadku

3. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
przesuwa o wektor wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, podaje jej własności oraz równania asymptot jej wykresu
podaje w prostych przypadkach współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, aby otrzymać wykres $y = \frac{a}{x-p} + q$; szkicuje wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$
wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne
wykonuje w prostych przypadkach działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
rozwiązuje proste równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
odczytuje z wykresu funkcji wymiernej zbiór rozwiązań nierówności
wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej w prostych przypadkach
stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności
wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ w podanym zbiorze, gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
--

• dobiera wzór funkcji do jej wykresu
• przekształca w prostych przypadkach wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
• wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej
• wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego
• upraszcza wyrażenia wymierne
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
• rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne
• wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej opisanej wzorem
• stosuje w prostych przypadkach własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
• szkicuje w trudniejszych przypadkach wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności
• wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
• wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
• wykonuje w trudniejszych przypadkach działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci
• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
• rozwiązuje równania i nierówności wymierne
• rozwiązuje układy nierówności wymiernych
• wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym dotyczących związku między drogą, prędkością i czasem

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
• mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia
• rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
• stosuje w trudniejszych przypadkach własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje wykresy tych funkcji i podaje ich własności
• stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki
• stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności

4. TRYGNOMETRIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa
• wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30°, 45°, 60°
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; rysuje ten kąt w układzie współrzędnych
• stosuje do rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
• wykorzystuje wzory na pola czworokątów do rozwiązywania prostych zadań

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$, $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
• zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
• wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól czworokątów w prostych przypadkach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
• porównuje wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z ich własności
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^\circ - \alpha$
• wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, wykorzystując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dany jest tangens tego kąta
• uzasadnia w prostych przypadkach, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną
• wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań
• stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• wyprowadza wzór $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• sprawdza, czy istnieje kąt wypukły, którego funkcje trygonometryczne mają podane wartości
• stosuje w trudniejszych przypadkach poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, wykorzystując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną
• wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych zadań
• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje w trudniejszych przypadkach umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
• uzasadnia związki miarowe w czworokątach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

5. PLANIMETRIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• rozpoznaje okręgi styczne, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania prostych zadań
• oblicza pole koła i pole wycinka koła
• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny
• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
• opisuje własności wielokątów foremnych
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• oblicza w prostych przypadkach promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, gdy dane są długości boków trójkąta

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań
• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka koła w prostych przypadkach
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoramienny lub prostokątny
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania prostych zadań

• stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostych zadań
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych
• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i promień okręgu wpisanego w wielokąt foremny
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania trudniejszych zadań
• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka koła
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• korzysta z własności stycznej do okręgu podczas rozwiązywania zadań
• stosuje w trudniejszych przypadkach twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• bada, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące trójkątów i czworokątów
• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku
• udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
• udowadnia zależności w wielokątach foremnym w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii
• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii

6. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza potęgi o wykładniku wymiernym
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
• oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje własności tej funkcji
• oblicza logarytm danej liczby
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa własności tej funkcji

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
• przekształca wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczeń
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenia o logarytmach iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
• oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji
• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
• przekształca wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami
• wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania prostych zadań osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
• porównuje w trudniejszych przypadkach liczby przedstawione w postaci potęg
• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
• stosuje twierdzenia o logarytmach iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej lub logarytmicznej
• rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej

wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej
zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej
wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. $\log_2 3$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu